

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 05: Ângulos/Rumos/Azimutes	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

ÂNGULOS/RUMOS/AZIMUTES

Conteúdo em vídeo

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=ScUCX0uDDUE&feature=youtu.be>

Parte 2 - https://www.youtube.com/watch?v=nn_BxDUN7ZE&feature=youtu.be

Parte 3 - https://www.youtube.com/watch?v=OE6n_qMsGYo&feature=youtu.be

Parte 4 - <https://www.youtube.com/watch?v=Oc0VTaitOXI&feature=youtu.be>

Introdução.

Esta aula tem como objetivo apresentar as medidas de ângulos horizontal e vertical utilizados na Topografia, orientações, cálculo de rumos e azimutes e convergência meridiana.

Na Topografia deve ser dada atenção especial para as medidas de ângulos, uma vez que esta variável, acompanhada da medida de distância, são a base para todos os cálculos que envolve Topografia.

Unidade de medida de ângulos

Os sistemas utilizados para expressar ângulos são os sistemas sexagesimal, centesimal e radianos.

Sistema sexagesimal

No sistema sexagesimal o círculo é dividido em 360 partes iguais, sendo que cada parte equivale a 1 grau (1°), o grau por sua vez é dividido em 60 partes iguais, sendo que 1°/60 equivale a 1 minuto (1'), por fim, o minuto é dividido em 60 partes onde 1'/60 equivale a 1 segundo (1"). Assim um ângulo é expresso na forma gg°mm'ss". Por exemplo: 36°25'48".

É importante frisar que um ângulo no sistema sexagesimal pode ser expresso em graus, minuto e segundos (gg°mm'ss") e em graus e frações decimais de grau (gg,ddddddd°).

Para transformar um ângulo expresso em graus, minuto e segundos (gg°mm'ss") em graus e frações decimais de grau (g,ddddddd°) realiza-se o seguinte cálculo:

$$g g, dddd = g g^{\circ} + \frac{mm'}{60} + \frac{ss''}{3600} \quad (1)$$

A transformação inversa é dada por:

$$g g^{\circ} mm' ss'' = g g^{\circ} + 0, dddd * 60 = g g^{\circ} + mm, dddd' \quad \rightarrow$$

$$g g^{\circ} mm' + 0, dddd * 3600 = g g^{\circ} mm' ss'' \quad (2)$$

Sistema Centesimal

No sistema centesimal o círculo é dividido em 400 partes iguais, cada parte é chamada 1 *gon* (também conhecido como grado), ou seja, 90° equivale a 100 *gon*. Este sistema é utilizado em alguns países europeus. Para transformar um ângulo expresso em sistema centesimal em sistema sexagesimal, basta multiplicá-lo por 0,9.

Radiano

O radiano é um sistema muito utilizado em cálculos geodésicos. Em algumas plataformas, com o *OCTAVE*, a entrada dos ângulos no cálculo do seno, cosseno e tangente e demais funções trigonométricas deve ser em radianos.

O radiano é um ângulo central inscrito em um círculo, definido por um arco cujo comprimento é igual ao raio deste círculo.

Assim, 1 radiano equivale a:

$$\frac{360^\circ}{2 * \pi} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57,30^\circ \quad (3)$$

Para transformar um ângulo em graus decimais para radianos basta multiplicar o ângulo por π e dividir por 180. Já para transformar um ângulo em radianos para graus decimais basta multiplicar este por 180 e dividir para π . A relação é simples:

$$\frac{180}{A^\circ} - \frac{\pi}{A rad} \quad (4)$$

onde A° é o ângulo em graus e $A rad$ é o ângulo em radianos.

Medição de ângulo na topografia

Classificação segundo NBR 13133

Os teodolitos são equipamentos topográficos utilizados na medição de ângulos, eles podem ser analógicos ou eletrônicos. A classificação em função da precisão angular de um teodolito é dada pela NBR 13133.

Tabela 1 - Classificação de teodolitos

Classes de teodolitos	Desvio-padrão precisão angular
1 - precisão baixa	$\leq \pm 30''$
2 - precisão média	$\leq \pm 07''$
3 - precisão alta	$\leq \pm 02''$

Fonte: ABNT NBR 13133 (1994, p.6)

As estações totais também são classificadas de acordo com a NBR 13133.

Tabela 4 - Classificação de estações totais

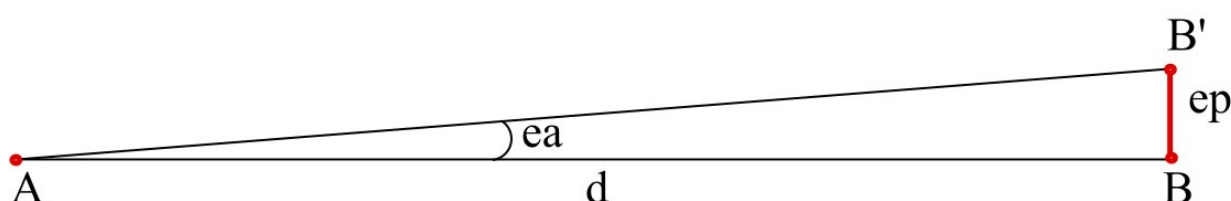
Classes de estações totais	Desvio-padrão Precisão angular	Desvio-padrão Precisão linear
1 - precisão baixa	$\leq \pm 30''$	$\pm (5\text{mm} + 10 \text{ ppm} \times D)$
2 - precisão média	$\leq \pm 07''$	$\pm (5\text{mm} + 5 \text{ ppm} \times D)$
3 - precisão alta	$\leq \pm 02''$	$\pm (3\text{mm} + 3 \text{ ppm} \times D)$

Fonte: ABNT NBR 13133 (1994, p.7)

Erros na medição de ângulos na Topografia.

As medições angulares estão sujeitas a erros grosseiros (erro grosseiro de pontaria, registro incorreto), erro sistemáticos (erros instrumentais) e erros aleatórios causados por uma série de fatores naturais (temperatura, refração, etc), humanos, etc.

Os erros nas medidas angulares possuem uma relação direta com a posição de um ponto, conforme pode ser observado na Figura 01.



ea - erro angular

A - ponto de partida

ep - erro de posição

B - posição correta

d - distância de A para B

B' - posição incorreta

Figura 01 - Relação entre o erro do ângulo e o afastamento da posição de um ponto .

O erro de posição (ep) é expresso por:

$$ep = tg(ea) * (d) \quad (5)$$

Na tabela 01 é mostrada o erro de posição do ponto em função do erro angular para uma distância de 1000 metros. Tabela 01 – Erro de posição de um ponto em função do erro angular.

Erro Angular GMS			Erro Angular em DEG	Erro Angular em radianos	Distância (m)	Erro de posição (m)
°	'	''				
0	1	0	0,016666666666667	0,000290888208666	1000	0,2909
0	5	0	0,083333333333333	0,001454441043329	1000	1,4544
0	0	1	0,000277777777778	4,84813681109536E-06	1000	0,0048
0	0	10	0,002777777777778	4,84813681109536E-05	1000	0,0485
0	0	30	0,008333333333333	0,000145444104333	1000	0,1454

Os dados da Tabela 01, foram determinados em planilha eletrônica, note que o erro angular dado em GMS foi expresso em graus e frações decimais de grau e em seguida em radianos para o cálculo correto da tangente.

Ângulo vertical e ângulo horizontal

Angulo horizontal

O ângulo horizontal medido pelo equipamento topográfico é mostrado na Figura 02.

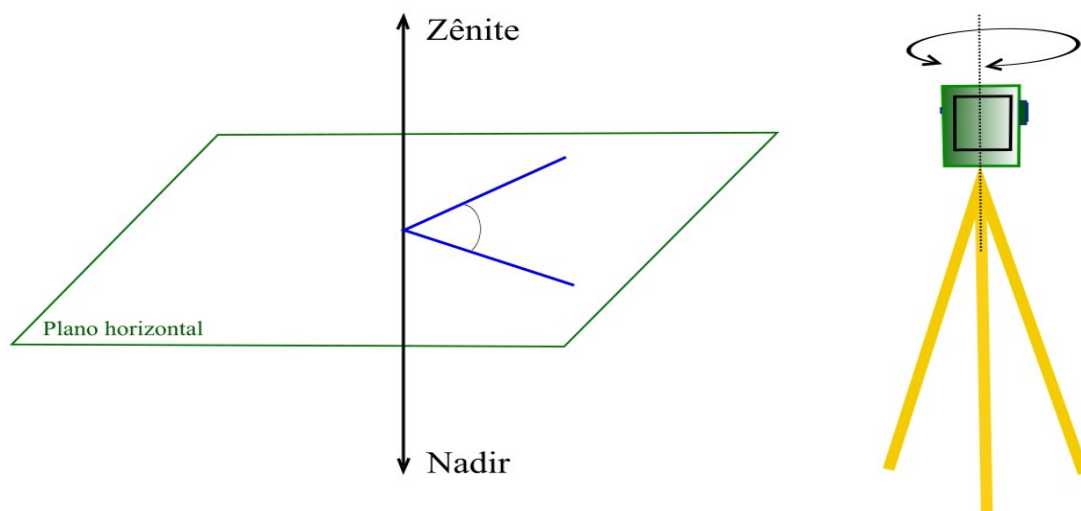


Figura 02 – Ângulo horizontal

Em campo o operador deve ter o cuidado de configurar o equipamento, verificar se o mesmo está medindo ângulo horário e anti-horário, bem como sua orientação.

Ângulo vertical.

Os ângulos verticais podem ser de inclinação ou zenital, conforme ilustra a Figura 03.

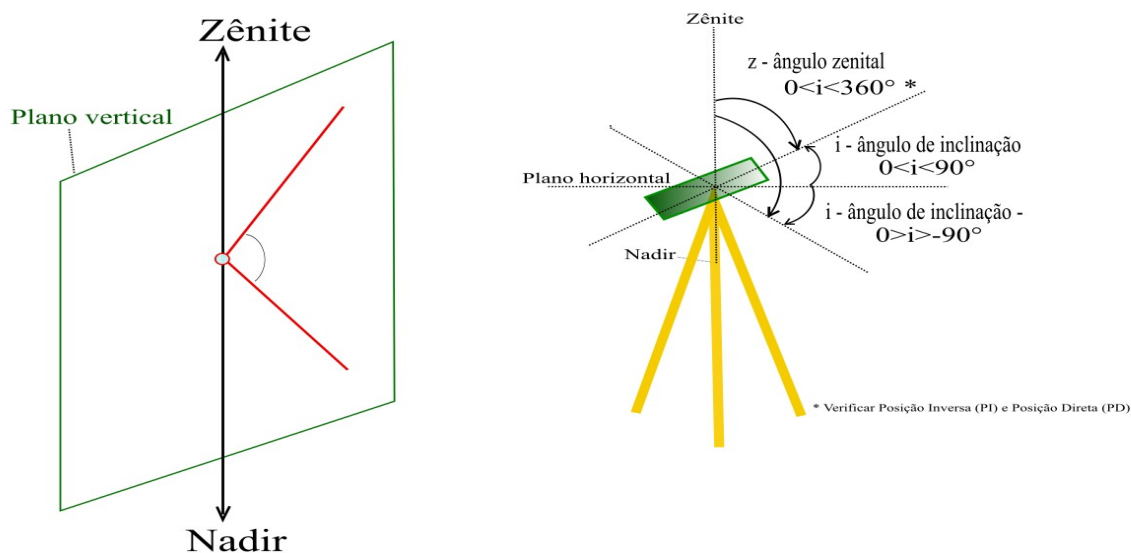


Figura 03 – Ângulo vertical.

Conforme pode ser verificado na Figura 03, o ângulo de inclinação pode ser positivo ou negativo, variando de 0 a 90° acima do plano horizontal e de 0 a -90° abaixo do plano horizontal. O ângulo zenital varia de 0 a 180° quando a luneta está na Posição Direta (PD) e é maior que 180° quando a luneta está na Posição Inversa (PI).

Na Figura 04 ilustra o visor da estação total *Leica TS06* e o registro dos ângulos vertical e horizontal.

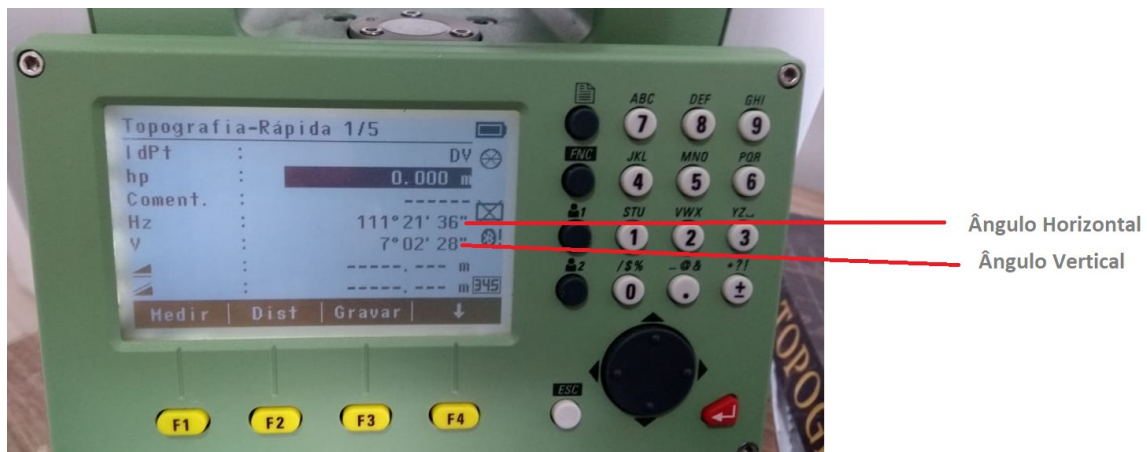


Figura 04 - Visor da estação total *Leica TS 06* e o registro de ângulos no sistema sexagesimal.

Pares conjugados

As leituras dos ângulos podem ser realizadas na Posição Direta (PD) e Posição Inversa (PI). O procedimento de se fazer leituras em PD e PI tem como objetivo corrigir erros, como o erro de verticalidade ao se medir o ângulo vertical.

O procedimento de campo é simples, conforme mostrado no vídeo:

<https://www.youtube.com/watch?v=2YYHX4DKK68&feature=youtu.be>

No caso do ângulo horizontal com leitura PD PI, o valor é dado por:

$$HZ = \frac{(HZ_{PD} + HZ_{PI} \pm 180^\circ)}{2} \quad (6)$$

Sendo que:

- Se: $PD > PI \rightarrow +$
- Se $PD < PI \rightarrow -$

O resíduo é dado por:

$$\varepsilon_{HZ} = \frac{(HZ_{PD} - HZ_{PI} - 180)}{2} \text{ ou } \varepsilon_{HZ} = \frac{(HZ_{PI} - HZ_{PD} - 180)}{2} \quad (7)$$

onde HZ_{PD} é a leitura PD e HZ_{PI} é a Leitura PI do ângulo horizontal.

Para o ângulo zenital o valor é dado por:

$$Z = \frac{(360 + Z_{PD} - Z_{PI})}{2} \quad (8)$$

O resíduo é dado por:

$$\varepsilon_Z = \frac{(360 - (Z_{PD} + Z_{PI}))}{2} \quad (9)$$

Por fim:

$$Z = Z_{PD} + \varepsilon \quad (10)$$

onde Z_{PD} é a leitura PD e Z_{PI} é a leitura PI do ângulo zenital.

A relação entre PD e PI para os ângulos horizontal e vertical é $HZPD - HZPI = 180^\circ$
 $ZPD + ZPI = 360^\circ$, respectivamente.

Método de Bessel ou da reiteração

O método de Bessel consiste em medir um ângulo com leituras independentes várias vezes, tornando origens diferentes no círculo graduado do limbo (COMASTRI, 1992). Este método é um dos processos de medição do ângulo com precisão, mitigando os erros de graduação do limbo.

Medidas com repetição

O método de medidas por repetição baseia-se na realização de várias leituras, o procedimento completo é detalhado em VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L, 2012. Página 87.

Orientação

A direção de uma linha em Topografia é descrita por um ângulo horizontal (rumo ou azimuth), cuja referência é um meridiano (MCCORMAC, 2010).

Nesta nota de aula serão vistos o meridiano verdadeiro e o meridiano magnético.

Meridiano verdadeiro.

O meridiano verdadeiro, também chamado de meridiano astronômico ou geográfico é baseado no eixo de rotação da Terra e pode ser obtido por observações astronômicas. Assim, são definidos o polo norte verdadeiro, o polo sul verdadeiro e o referido meridiano, conforme ilustra a Figura 05.

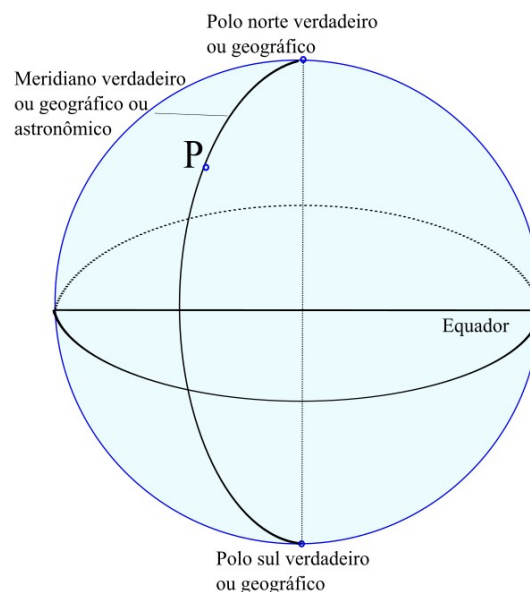


Figura 05 – Meridiano Verdadeiro

Meridiano magnético

O meridiano magnético é a direção indicada por uma bússola, sendo que sua ponta imantada aponta para o norte magnético (Figura 06).

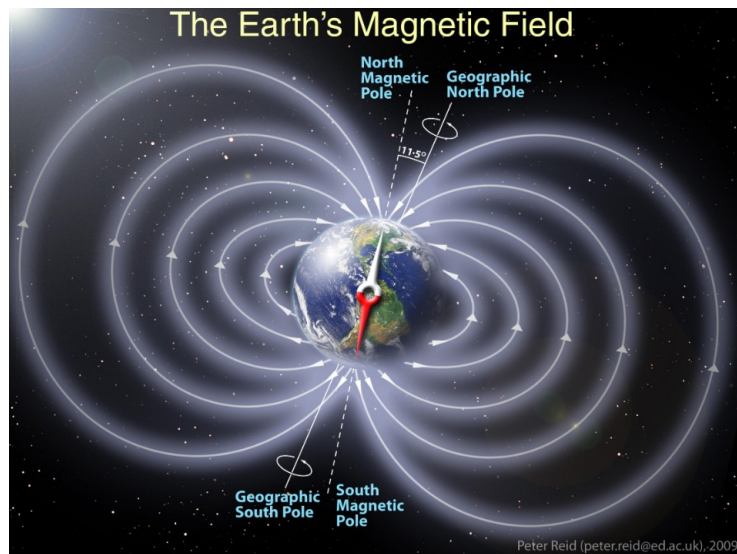


Figura 06 – Campo magnético da Terra

Fonte: https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/news/gallery/Earths-magneticfieldlines-dipole.html

Na figura 06 observamos que há uma diferença entre o norte magnético e o norte verdadeiro. O norte magnético varia com o tempo, diferentemente do norte verdadeiro. Deste modo o norte verdadeiro deve ser usado na orientação dos levantamentos topográficos.

Norte verdadeiro, geodésico e magnético.

A Tabela 02 sintetiza as definições de norte verdadeiro, geodésico e magnético.

Tabela 02 – Definições de norte verdadeiro, geodésico e magnético

Nome	Definição
Norte Verdadeiro	Leva em consideração a direção da gravidade e p eixo de rotação da Terra. É determinado pela observação dos astros (sol, estrelas).
Norte Geodésico.	Direção determinada a partir de uma aproximação matemática do formato da Terra. O norte geodésico é próximo ao norte verdadeiro, de acordo com MCCORMAC, 2010 a diferença pode ser de 20" de arco em algumas regiões dos USA.
Norte Magnético	Indicado por uma bússola.

Declinação magnética

Declinação magnética é a diferença entre o norte verdadeiro e o norte magnético, seu valor pode ser positivo ou negativo e varia com o tempo e a posição geográfica. (Figura 07).

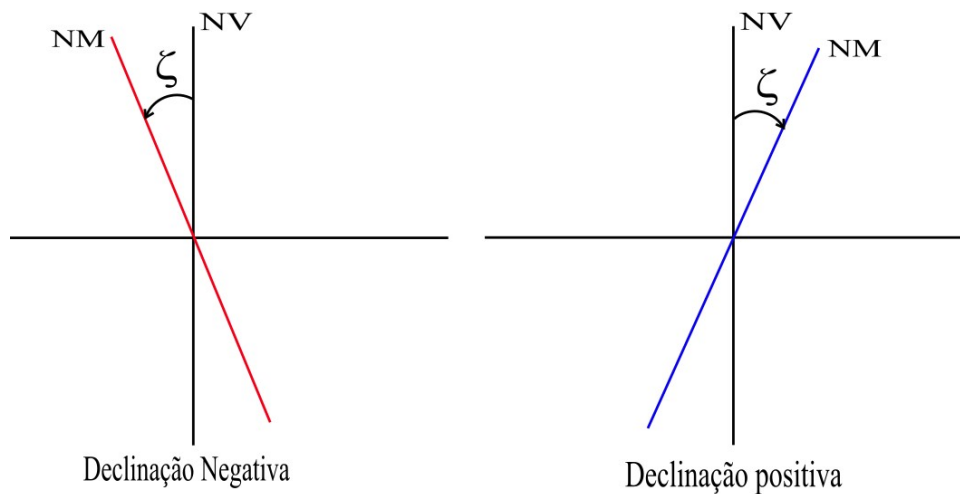


Figura 07 – Declinação magnética negativa (esquerda) e declinação magnética positiva (direita)

Matematicamente podemos definir a declinação magnética como:

$$\zeta = Az^{\text{verdadeiro}} - Az^{\text{magnético}} \quad (11)$$

Transformação de norte magnético em norte verdadeiro

Como dito anteriormente, as plantas topográficas devem estar orientadas no norte verdadeiro, assim, caso o azimuth ou rumo esteja orientado no meridiano magnético deve se proceder a transformação destes elementos ora orientados no meridiano magnético para o meridiano verdadeiro.

A transformação é dada por:

$$Az_v = Az_m + \zeta \quad (12)$$

onde Az_v é o azimuth verdadeiro, Az_m é o azimuth magnético e ζ é a declinação magnética que pode ser positiva quando o polo magnético estiver a leste, ou negativa, quando o polo magnético estiver a oeste.

O valor da declinação magnética pode ser encontrada no site:

www.ngdc.noaa.gov/geomag-web

Para se determinar a declinação magnética no *site* especificado basta entrar com a latitude e longitude do ponto ou com o nome da cidade. A Figura 08 mostra a declinação magnética de um ponto no município de Pontal do Paraná-PR obtida através do referido *site*.

No caso especificado na Figura 08 a declinação é negativa e a correção é expressa por:

$$Az_v = Az_m + (-\zeta) \quad (13)$$

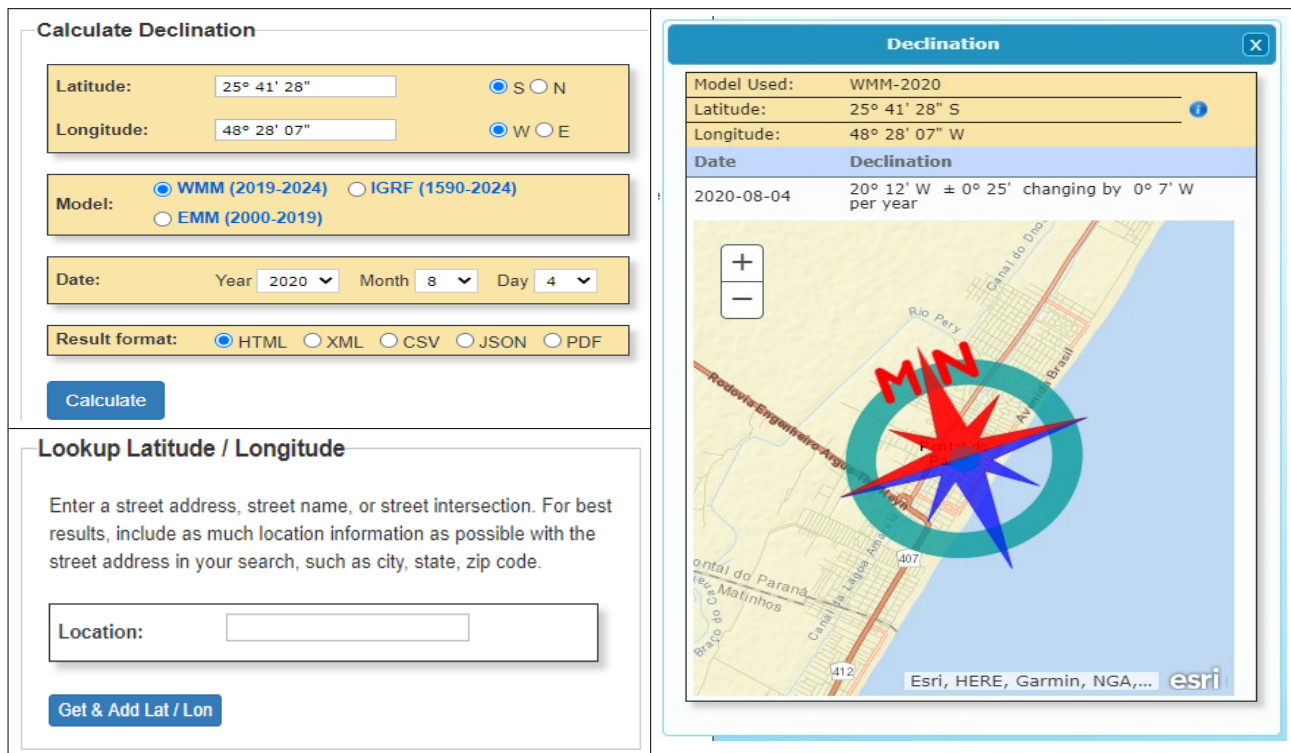


Figura 08 – Declinação magnética de um ponto no município de Pontal do Paraná-PR
(Fonte: www.ngdc.noaa.gov/geomag-web)

Também é possível obter o valor da declinação magnética por mapas isogônicos que apresentam linhas com mesma declinação magnética ou mapas isopóricos que trazem linhas de mesma variação da declinação magnética.

Azimuthes e Rumos

Azimuth de um alinhamento

Azimuth de um alinhamento é definido como o ângulo horário entre o meridiano de referência para o alinhamento em questão. O azimuth varia de 0° a 360° (Figura 09)

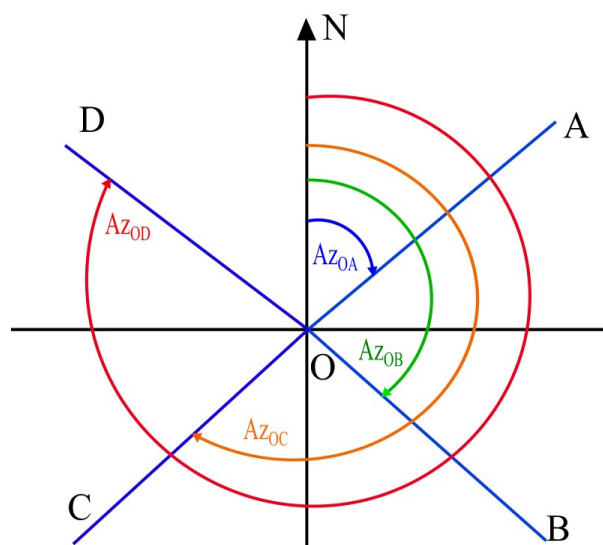


Figura 09 – Azimuthes

Rumo

É o ângulo menor que o alinhamento faz com o meridiano, varia de 0° a 90° com origem no meridiano (Figura 10). Deve ser indicado o quadrante do rumo.

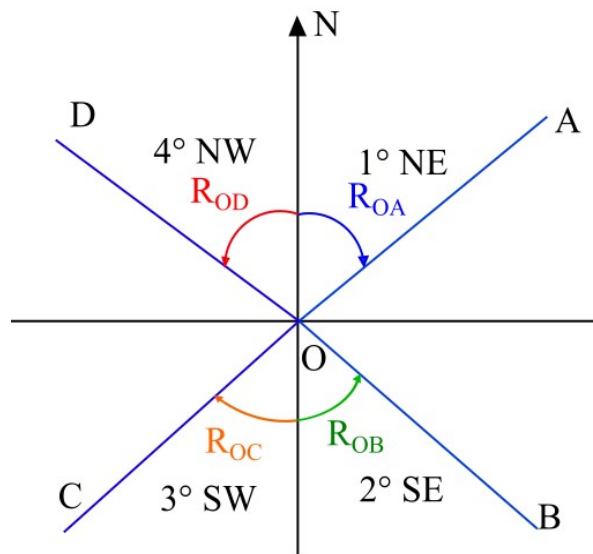


Figura 10- Rumos

Relação Rumo Azimute

Em alguns casos os memoriais descritivos (descrição dos limites de um terreno) estão em rumos. Quando se trabalha em CAD (*Computer Aided Design*) é conveniente trabalhar com azimutes, pois na orientação por azimute não há a necessidade de indicação de quadrante. A relação entre Rumo e azimute é mostrada na Figura 11.

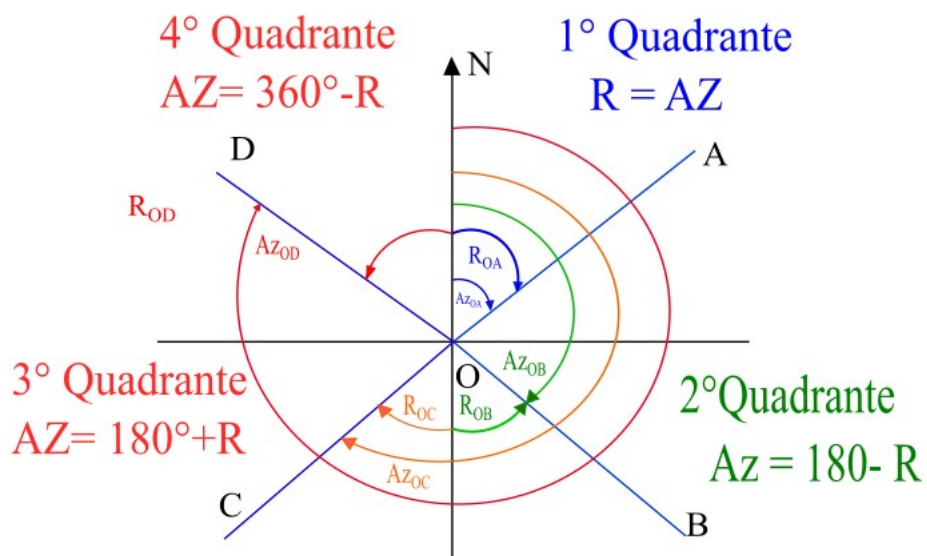


Figura 11 – Relação entre rumos e azimutes.

Convergência Meridiana

Convergência meridiana (γ) é a diferença de orientação entre o reticulado utilizado na projeção UTM (grade como referência do norte), chamado Norte de Quadrícula (NQ) e o meridiano que define o Norte Geográfico (NG). Esta diferença ocorre devido as linhas UTM não apontarem exatamente para o norte. A Figura 12 ilustra a relação entre o NG e o NQ nos 4 quadrantes.

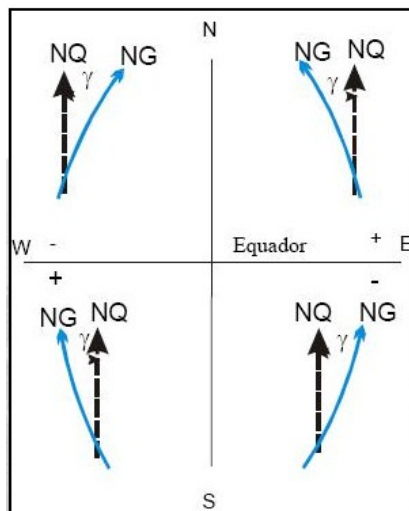


Figura 12 – Convergência meridiana

(Fonte: https://www.ufrgs.br/lageo/calculos/converg_exp.html)

Calculo de azimutes.

No levantamento topográfico o azimute é determinado (por bússola) na primeira estação (ponto onde se estaciona o equipamento pela primeira vez), nas demais estações o mesmo deve ser calculado a partir dos ângulos horizontais medidos.

No calculo de azimutes deve-se levar em consideração se o equipamento está medindo o ângulo horário ou anti-horário. Considerando que a poligonal pode ser percorrida no sentido horário e anti-horário, temos 4 casos:

- Ângulo horário e caminhamento horário;
- Ângulo horário e caminhamento anti-horário;
- Ângulo anti-horário e caminhamento horário;
- Ângulo anti-horário e caminhamento anti-horário;

A seguir será feito uma análise de cada caso para verificarmos como o sentido do caminhamento da poligonal e o sentido do ângulo interfere no cálculo do azimute.

Ângulo horário e caminhamento horário

Equipamento medindo ângulo horário e o caminhamento na poligonal no sentido horário (Figura 13).

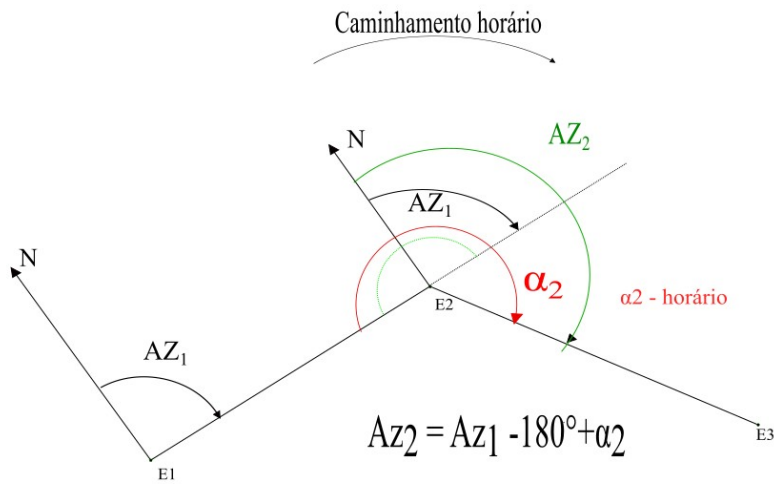


Figura 13 – Cálculo de Azimute no caso de caminhamento horário e ângulo horário.

A fórmula geral para este caso é:

$$Az_i = Az_{(i-1)} - 180 + \alpha_i \quad (14)$$

onde α_2 é o ângulo horário medido pelo equipamento.

Ângulo horário e caminhamento anti-horário

Equipamento medindo ângulo horário e o caminhamento na poligonal no sentido anti-horário (Figura 14).

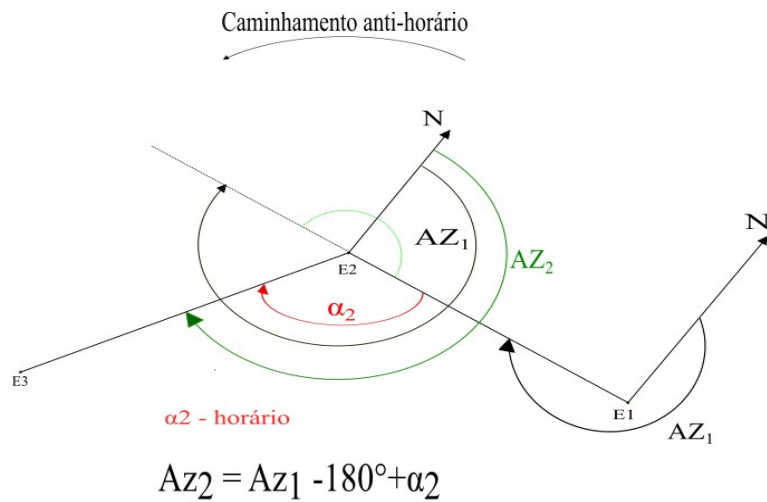


Figura 14 – Cálculo de Azimute no caso de caminhamento anti-horário e ângulo horário.

A fórmula geral para este caso é:

$$Az_i = Az_{(i-1)} - 180 + \alpha_i \quad (15)$$

onde α_2 é o ângulo horário medido pelo equipamento.

Ângulo anti-horário e caminhamento horário

Equipamento medindo ângulo anti-horário e o caminhamento na poligonal no sentido horário (Figura 15).

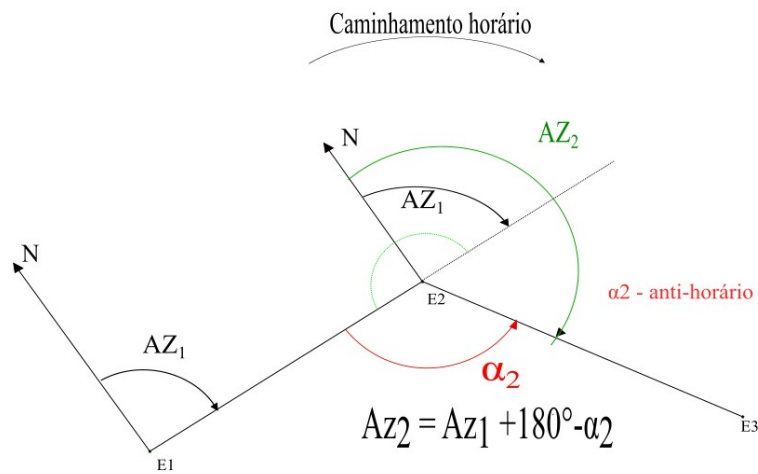


Figura 15 – Cálculo de Azimute no caso de caminhamento horário e ângulo anti-horário.

A fórmula geral para este caso é:

$$Az_i = Az_{(i-1)} + 180 - \alpha_i \quad (16)$$

onde α_2 é o ângulo anti-horário medido pelo equipamento.

Ângulo anti-horário e caminhamento anti-horário

Equipamento medindo ângulo anti-horário e o caminhamento na poligonal no sentido anti-horário (Figura 16).

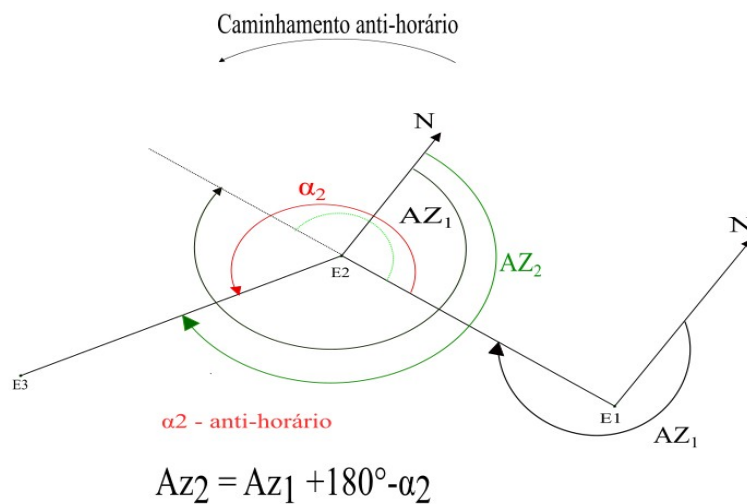


Figura 16 – Cálculo de Azimute no caso de caminhamento anti-horário e ângulo anti-horário.

A fórmula geral para este caso é:

$$Az_i = Az_{(i-1)} + 180 - \alpha_i \quad (17)$$

onde α_2 é o ângulo anti-horário medido pelo equipamento.

A partir das análises apresentadas podemos concluir que a equação utilizada no cálculo do azimuth muda com o tipo de ângulo horizontal medido e independe do caminhamento da poligonal, assim:

- Se α é horário $\rightarrow Az_i = Az_{(i-1)} - 180 + \alpha_i$;
- Se α é anti-horário $\rightarrow Az_i = Az_{(i-1)} + 180 - \alpha_i$.

Devemos somar ou subtrair 360° nos seguintes casos:

- Se $Az > 360^\circ \rightarrow$ Subtrair 360°
- Se $Az < 0^\circ \rightarrow$ Somar 360°

Deflexão

Para se determinar a deflexão faz-se 180° com a RÉ determinando assim uma direção, neste caso a origem da graduação é o prolongamento desta direção (Figura 17).

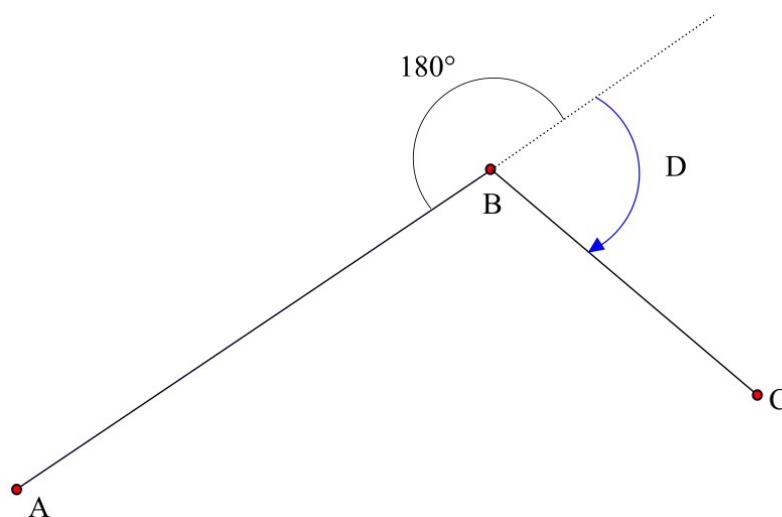


Figura 17 – Deflexão.

A Deflexão pode ser positiva ou negativa:

- Se leitura a direita $\rightarrow D$ positiva
- Se leitura a esquerda $\rightarrow D$ negativa

A deflexão varia de 0° a 180° .

Exercícios

1) Um agrimensor mediu uma poligonal fechada conforme os dados da tabela abaixo. Sabendo que os ângulos medidos foram horários, que a RÉ é o ponto onde se zera o equipamento para medir o ângulo (ponto anterior a estação em que se encontra o equipamento) e a VANTE é o ponto posterior visado, faça:

- Expresse os ângulos em graus e frações de graus decimais (DEG).
- Calcule os azimutes em graus e frações de graus decimais.
- Expresse os azimutes em $gg^\circ mm' ss''$ (GMS);
- Calcule os rumos a partir dos azimutes calculados.

Dados

Azimute de F para G =120					
Ré	Estaca	Vante	°	'	"
E	F	G	109	30	20
F	G	H	181	38	15
G	H	A	95	53	40
H	A	B	86	56	45
A	B	C	199	39	15
B	C	D	44	48	10
C	D	E	201	27	50
D	E	F	160	9	20

Resposta:

Azimute de F para G =120											
Ré	Estaca	Vante	°	'	"	Ângulo em DEG	Azimute em DEG	Azimute em GMS	Rumos DEG	Rumo em GMS	
E	F	G	109	30	20	109,505555555556	120	120	60	60 SE	
F	G	H	181	38	15	181,6375	121,6375	121,3815	58,3625	58,2145 SE	
G	H	A	95	53	40	95,8944444444444	37,5319444444444	37,3155	37,5319444444445	37,3155 NE	
H	A	B	86	56	45	86,9458333333333	304,477777777778	304,284	55,5222222222222	55,312 NW	
A	B	C	199	39	15	199,654166666667	324,131944444444	324,0755	35,8680555555556	35,5205 NW	
B	C	D	44	48	10	44,8027777777778	188,934722222222	188,5605	8,9347222222223	8,5605 SW	
C	D	E	201	27	50	201,463888888889	210,398611111111	210,2355	30,3986111111111	30,2355 SW	
D	E	F	160	9	20	160,155555555556	190,554166666667	190,3315	10,5541666666667	10,3315 SW	

Bibliografia

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

COMASTRI J. A. Topografia: planimetria. 2. ed Viçosa: Impr. Universitária, UFV; 1992. .

MCCORMAC, J. Topografia. 5º Edição. Editora LTC. Rio de Janeiro , 2010

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

Sites

www.ngdc.noaa.gov/geomag-web

https://www.ufrgs.br/lageo/calculos/converg_exp.html

https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/news/gallery/Earths-magneticfieldlines-dipole.html

<https://www.youtube.com/watch?v=2YYHX4DKK68&feature=youtu.be>